матриці (ПЛМ). В такому випадку, при реалізації АЦП Монте-Карло, зовнішніми елементами щодо ПЛМ є тільки компаратор і операційних підсилювач ЦАП (аналогічно до АЦП послідовного наближення) при смузі аналізованих частот, порівнянній смузі паралельного АЦП. Крім того, економія оперативної пам'яті при використанні ПЛМ має істотне значення, оскільки об'єми вбудованої в ПЛМ оперативної пам'яті досить обмежені.

МЕТОДЫ ВЫБОРА РАЗМЕРА ШАГА ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Ладогубец В. В. — к. т. н.,
Крамар А. В., Финогенов А. Д.
НТУУ «КПИ», г. Киев, пр. Победы–37.

В работах [1–3] рассматривались основные источники снижения надежности метода численного интегрирования на основе разностей высших порядков, к которым относятся:

– алгоритм выбора порядка метода (K);

– алгоритм выбора шага (h).

Согласно [4], соотношения для выбора шага имеют следующий вид:

$$h_{n+1} = \sqrt[K_{n+1}]{\frac{e_i}{E_{iK}}}\, h_n \qquad (1)$$

где $e_i = |\varepsilon \cdot x_i|$;

$$E_{ik} = \left| \frac{h}{t_{n+1} - t_{n-K_{n+1}}} \left(x_{(n+1)i} - x^{(0)}_{(n+1)i} \right) \right| \qquad (2)$$

где ε — допустимая относительная погрешность, i — номер компоненты вектора, x, t — время, K_{n+1} — порядок метода, n — номер временного шага, $x^{(0)}_{(n+1)i}$ — прогнозированное значение, E_{ik} — ошибка формулы дифференцирования.

Для устранения погрешностей базовых соотношений было предложено использование всех доступных порядков и вариацию размера шага на каждом временном шаге [2]. При этом

вычисления на выборке [$K\times h$] независимы друг от друга и могут рассчитываться параллельно. В этом случае, ключевым этапом является определение лучшего значения для продолжения решения по результатам выборки. Возможные варианты оценок:

1) по минимальной локальной погрешности;

2) по максимальному следующему шагу;

3) по минимальной локальной погрешности с максимальным следующим шагом;

4) по максимальному прогнозированному значению по времени;

5) по минимальному количеству итераций Ньютона.

При выборе лучшего результата подразумевается, что оценка производится только для принятых шагов.

1) Оценка по минимальной локальной погрешности min (ε^j)

Использование в качестве базового критерия минимальной локальной погрешности рассчитано на максимизацию следующего шага при использовании (1). Основной недостаток данного способа выбора лучшего решения проявляется при использовании алгоритмов с вариацией шага. Очевидно, что при сходимости итерационного процесса, с уменьшением размера шага будет уменьшаться погрешность решения (1), что приведет к использованию малых размеров шагов из выборки и увеличит вычислительные затраты. Однако, возможно использование данного способа оценки для алгоритма, использующего только вариацию порядка метода.

2) Оценка по максимальному следующему шагу max(h_{n+1})

Для алгоритмов с вариацией порядка данная оценка часто совпадает с оценкой по минимальной локальной погрешности [2]. Действительно, согласно (1) максимизация размера шага достигается при минимизации локальной погрешности (2). Различия между оценкой по минимальной локальной погрешности и максимальному следующему шагу сказываются в случае использования коэффициента уменьшения при превышении заданного количества итераций на шаге (коэффициент демпфирования).

3) Оценка по минимальной локальной погрешности с максимальным следующим шагом min(ε^j)&max(h_{n+1}).

Идея данного способа оценки состоит в том, что если хотя бы для одного из порядков метода следующий шаг максимален из всей выборки, то использование при этом данных, при которых была получена минимальная погрешность, должно улучшить сходимость для выбранного размера шага (рис. 1).

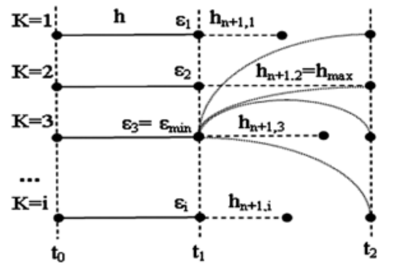

Рис. 1 — Вариация порядка метода

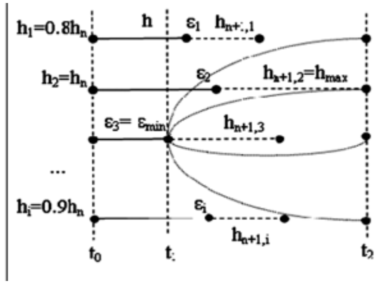

Рис. 2 — Вариации шага метода

В целом, данный способ оценки, который по существу является комбинацией предыдущих, продемонстрировал достаточно неплохую эффективность для алгоритма с вариацией порядка [3].

4) Оценка по максимальному прогнозированному значению по времени $max(T_n+h_{n+1})$

Преимущество данной оценки заключается в том, что она позволяет сравнивать результаты, полученные при вариации порядка и шага метода. При этом достигается максимальное прогнозированное продвижение по времени интегрирования. Однако, данный способ оценки не позволяет использовать выборки с большим разбросом шага, т. к. хорошая сходимость и большой прогнозированный размер шага h_{n+1} может компенсироваться большим значением текущего времени T_n для большего размера шага h_n. Очевидно, что при изменении значений погрешностей $\varepsilon_1 > \varepsilon_{min}$ или $\varepsilon_2 < \varepsilon_{max}$, вариант с $h_1 = 0.5h_n$ будет исключен. При этом практически не учитывается количество итераций Ньютона, которые потребовались для получения решения с заданной точностью (рис. 3).

5) Оценка по минимальному количеству итераций Ньютона $min(isi1)$.

Данный способ оценки интересен тем, что для базового метода отсутствует соответствующий прямой аналог (рис. 4). Минимальное количество итераций Ньютона на шаге, которое потребовалось для получения решения с заданной точностью, свидетельствует о наиболее удачном выборе порядка и шага интегрирования. При этом можно считать, что идеальным ва-

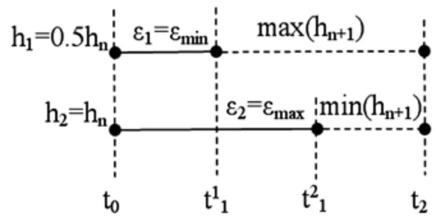

Рис. 3 — Ограничение на вариацию размера шага

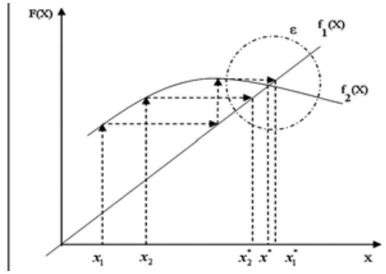

Рис. 4 — Использование количества итераций Ньютона в качестве оценки лучшего

риантом является случай, когда процесс интегрирования идет с максимальным шагом, при этом решение получаемой системы нелинейных алгебраических уравнений достигается за одну итерацию Ньютона. Предложенные методы реализованы в составе пакета схемотехнического САПР Allted [5].

Выводы

Использование методов на основе оценок 1-3 при одновременной вариации, как размеров шага, так и порядков ограничено, поэтому при наличии большого количества доступных вычислительных ресурсов рекомендуется использовать методы на основе оценок 4–5.

Литературы

1. Крамар А. В. Анализ эффективности выбора порядка в неявном методе численного интегрирования на основе разностей высших порядков / Крамар. А. В., Ладогубец В. В., Финогенов А. Д. // Системный анализ и информационные технологии: Материалы XI Международной научно-технической конференции (26-30 мая 2009 г., Киев). — К. : УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ», 2009. — С. 436. — Языки: укр., рус., англ.

2. Ладогубец В. В. Параллельный алгоритм численного интегрирования математических моделей сложных систем / Ладогубец В. В., Финогенов А. Д. // Электроника и связь. Тематический выпуск «Проблемы электроники». — 2007. — Ч. 1. — С. 101–104.

3. Фіногенов О. Д Паралельний метод чисельного інтегрування жорстких систем диференційних рівнянь з визначенням кращого порядку на кроці / Фіногенов О. Д. // Комп'ютерні технології друкарства: Зб. наук. праць. — Львів : МОНУ Українська академія друкарства, 2008. — С. 108–113.

4. Петренко А. И. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ / Петренко А. И., Власов А. И., Тимченко А. П. — К. : Вища школа, 1977. — 188 с.
5. Petrenko A. ALLTED — a computer-aided engineering system for electronic circuit design / Petrenko A., Ladogubets V., Tchkalov V., Pudlowski Z. — Melbourne: UICEE, 1997. — 205 p.

ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Ліщина Наталія Миколаївна
Луцький інститут розвитку людини Університету «Україна»,
м. Луцьк, вул. Карбишева, 2, lischyna@gmail. com

На якому рівні не знаходилося суспільне виробництво, які великі не були трудові, матеріальні й фінансові ресурси, перед господарськими керівниками завжди стоїть завдання найкращого використання виробничих ресурсів і потужностей.

Окремим галузям народного господарства, виробничим об’єднанням, підприємствам і їхнім структурним підрозділам надана можливість самостійно вирішувати питання раціонального використання виділених ресурсів для досягнення своїх виробничих цілей. У межах установлених нормативів, лімітів і прав виробничі об’єднання і підприємства можуть маневрувати наявними ресурсами, приймати важливі економічні й виробничі рішення, від яких залежить використання устаткування, продуктивність праці, собівартість і якість продукції, а також всі інші показники виробничо-господарської діяльності. Уперше подібна задача у вигляді пропозиції щодо укладання національного плану перевезень, що дозволяє мінімізувати сумарний кілометраж, подана в роботі радянського економіста Л. М. Толстого (1930 р.). Екстремальна задача з мінімізації транспортних витрат була ним сформульована в 1939 р. Одну з різновидів транспортної задачі в 1941 р. поставив американець Хічкок (проблема Хічкока). Але закінченого методу розв’язування цієї задачі він не розробив. У загальному вигляді задача математичного програмування сформульована в 1939 р. Л. В. Канторовичем. Він же запропонував метод множників, що дозволяє її вирішувати. Разом із

М. К. Гавуриним у 1949 р. Л. В. Канторович розробив метод потенціалів, який і дотепер є найбільш поширеним методом розв’язування транспортних задач.

Широко відомий метод розв’язування задачі лінійного програмування — симплексний метод — був опублікований Д. Б. Данцигом у 1949 р. Вдалою модифікацією симплексного методу є диференціальний алгоритм, що логічно випливає з диференціального алгоритму розв’язування загальної задачі математичного програмування. Цей метод протягом останніх десятиліть (з 1978 р.) успішно викладається професорами А. Г. Евдокимовим і М. І. Самойленко в Харківській національній академії міського господарства.

Застосування математичних методів в економіці на першому етапі ознаменувалося досить гострою дискусією економістів «традиційної» школи та економістів нового покоління. Однак тепер мало залишилося економістів, які б прямо заперечували проти необхідності використання ефективних математичних методів при вирішенні таких важливих проблем, як: ціноутворення; дослідження міжгалузевих зв’язків; підвищення ефективності капітальних вкладень; використання обмежених ресурсів; розміщення продуктивних сил; обґрунтування нормативів на витрати матеріалів і оборотних коштів та багато інших, не менш важливих, задач економіки та менеджменту. Зважаючи на те, що гігантський господарський механізм України виробляє більш 15 *млн.* найменувань різної продукції, стає очевидним утопічність всебічної багатокритеріальної оптимізації народногосподарського плану. Управляти такою масою господарських підрозділів можна тільки за допомогою багаторівневої структури управління: центральні органи, галузеві, виробничо-територіальні об’єднання та окремі підприємства.

З вищевказаних причин на рівні народного господарства переважно використовуються неформальні методи оптимального планування із залученням для розв’язування часткових питань економіко-математичних методів і електронно-обчислювальної техніки.

Основними економічними передумовами постановки і розв’язування задач методами математичного програмування слід вважати: органічне сполучення централізованого народногосподарського планування із самостійністю підприємств, виробничих об’єднань і галузей економіки; наявність декількох або багатьох можливих (альтернативних припустимих,