Корначевский Я.И., Харченко К.В.
НТУУ "КПИ" УНК "ИПСА"

Метод регуляризации треугольной сетки с использованием линейной системы уравнений

Предлагается новый метод регуляризации треугольной сетки. Классический метод регуляризации основан на использовании итерационного алгоритма. Этот метод позволяет перемещать базовые точки треугольной сетки в центр соответствующего полигона. Предлагаемый метод использует линейную систему уравнений для нахождения новых координат базовых точек. Матрица линейной системы заполняется с использованием структуры треугольной сетки в виде графа. Предлагаемый метод дает возможность решать задачу за время не хуже чем $O(n3/2)$, где n – количество точек в треугольной сетке.

В общем виде прямой метод регуляризации треугольной сетки записывается:

$$-m \cdot X_i + \sum_{k \in \Phi} X_k = -\sum_{l \in P} X_l^{const}$$

$$-m \cdot Y_i + \sum_{k \in \Phi} Y_k = -\sum_{l \in P} Y_l^{const}$$

где $i = 1, 2, ..., r$; r – количество всех перемещаемых точек; X_i, Y_i – i-ая перемещаемая в барицентр точка сетки; $X_k, Y_k, k \in \Phi$, где Φ – множество присоединенных к точке внутренних точек сетки; $X_l^{const}, Y_l^{const}, l \in P$, где P – множество присоединенных к точке i точек сетки, принадлежащих границе области Ω (константы); m – количество всех присоединенных точек. Исходя из этого получим матричную форму решения задачи регуляризации. Матрица решения задачи по координате X имеет размеры $r*r$, где r – количество всех перемещаемых точек, и симметрична относительно главной диагонали. Методика добавления ребра ij сетки в матрицу:

$$\begin{array}{c|c||c|c} & i & & j \\ \hline & -m_j & & 1 \\ \hline & & & \\ \hline & 1 & & -m_j \\ \hline & & & \end{array} \; * \; \begin{array}{c} \hline X_i \\ \hline \\ \hline X_j \\ \hline \end{array} \; = \; \begin{array}{c} \hline -\sum_{l \in P_i} X_l^{const} \\ \hline \\ \hline -\sum_{l \in P_j} Y_l^{const} \\ \hline \end{array}$$

где P_i – множество точек сетки, принадлежащих границе области Ω, присоединенных к точке i; P_j – множество точек сетки, принадлежащих границе области Ω, присоединенных к точке j. Предложенный метод может быть использован как для 2D так и для 3D приложений в системах проектирования с применением методов конечных элементов.

Литература

[1] Боголюбов А.Н., Красильникова А.В., Минаев Д.В., Свешников А.Г. Метод конечных разностей для решения задач синтеза волноведущих систем // Математическое моделирование. 2000. Т.12, №1. С.13–24.

[2] Guoliang Xu, Qing Pan, Chandrajit L. Bajaj. Discrete surface modeling using partial differential equations Source Computer Aided Geometric Design archive, Volume 23, Issue 2 (February 2006), 125–145 pp., 2006, ISSN:0167-8396.